Quantum Computing

“Math Quantum Computing Probability”

Dr. Cahit Karakuş, Mart - 2021

Olasılık

Popülasyon (Yığın) Dağılımı -1

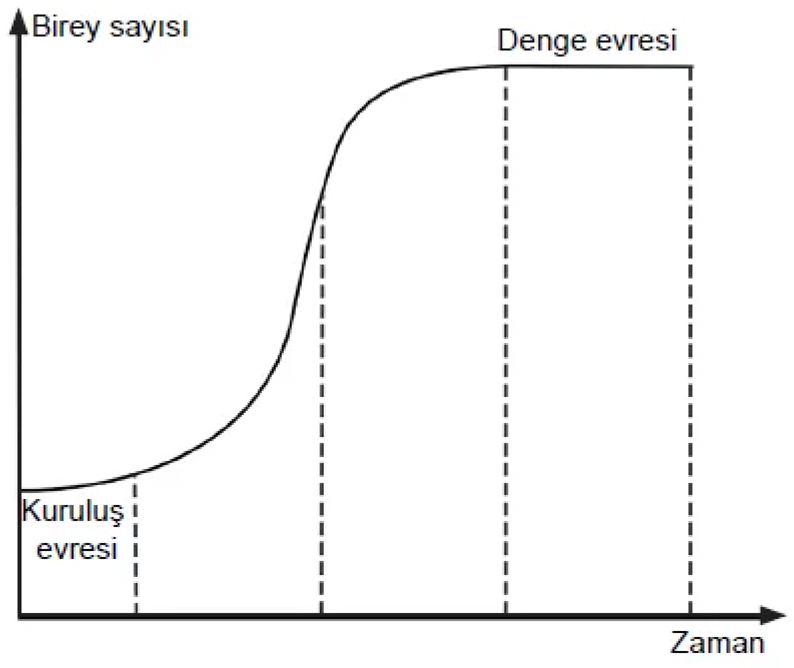
- Popülasyon, veri yığındaki sınırlar içerisinde bireylerin yerleşme biçimi popülasyonun dağılımını oluşturur. Çevre ve kaynakların homojen dağılım göstermemesi bireyin içgüdüsel davranışları gibi sebeplerle popülasyonu oluşturan bireyler zaman zaman gruplar ve sürüler oluşturabilir.
- Gruplar, popülasyonun diğer üyeleri ile ilişkili dağılım biçimi sergiler. Popülasyonlarda başlıca 3 tip dağılım şekli görülür:
  - Kümeli dağılım
  - Düzenli (Tekdüze) dağılım
  - Rastgele dağılım
- Kümeli dağılım: Popülasyonlarda en yaygın görülen dağılım biçimidir. Popülasyonu oluşturan bireylerin belirli alanlarda kü-melenmesi durumudur. Bitkilerde genellikle çevre koşullarının, gelişmeye uygun olduğu alanlarda kümelenme görülür. Denizyıldızları kolay besin bulup çiftleşebildiği gelgit havuzlarında grup oluşturabilir. Sürü içindeki bireyler grup oluşturarak avlanma, beslenme, savunmada kolaylık sağlarken, gereksinimlerin karşılandığı çevreden yararlanım oranını da artırır.
- Düzenli (Tekdüze) dağılım: Zorlayıcı çevresel şartlarda bireyler arasında yetersiz kaynaklar için rekabet söz konusu olduğunda görülen dağılım biçimidir. Bireyler birbirlerine nispeten eşit uzaklıkta bulunurlar. Bu dağılım yaygın görülen bir dağılım şekli değildir. Dağılımda bireyler birbirini doğrudan etkiler. Örneğin bazı bitkiler, kısıtlı olan kaynaklar için rekabet ettikleri bireylerin çimlenmesini ve gelişip büyümesini engelleyen kimyasallar salgılar. Böylece kendilerine yaşam alanı yaratır. Atlas Okyanusu'nun güneyinde yer alan Falkland Adaları'ndaki kral penguenler ve bazı çam ağacı türlerinde tekdüze dağılım görülür.
- Rastgele Dağılım: Popülasyondaki her bir bireyin pozisyonu ve geliştireceği davranış, diğer bireylerden bağımsızdır. Genellikle fiziksel ve kimyasal faktörlerin etkisiyle yaşam alanında canlının nispeten sabit dağılım göstermediği durumlarda görülür. Bu tür dağılımlar bireylerin birbirini çekme veya uzaklaştırma gibi etkileşimin olduğu durumlarda ortaya çıkar. Örneğin rüzgârla ve arılarılar ile tozlaşmanın görüldüğü bitkilerde, tozlaşma ve polen dağılma dönemi olan bahar aylarında rastgele dağılım görülür. Bu dağılım tipi doğada çok nadirdir.

Popülasyon (Yığın) Yoğunluğu -2

- Belli bir zaman diliminde birim alan veya hacimdeki birey sayısı bize popülasyon yoğunluğu hakkında bilgi verir. Örneğin "Bir mililitre kandaki Vibrio cholera (Vibrio kolera) bakterisi sayısı", "Longoz ormanlarında metrekareye düşen akça ağaç sayısı", "Akdeniz'de metreküpteki Noctiluca milliaris (Noktiluca miliaris) yakamozu sayısı" o türlerin o zaman dilimindeki popülasyon yoğunluğu hakkında bize veri sağlar.
- Yaşam alanı sınırları içinde tüm bireylerin sayılabilmesi hem makro hem mikro sayım çok zor bir durumdur. Bu yüzden bazı örnekleme teknikleri kullanılmaktadır. Popülasyonun yayılış gösterdiği alanlardan seçilen örnekleme alanlarını kullanma, işaretleme yapma ve tek tek sayma bu tekniklerden birkaçıdır. Bunlardan elde edilen verilerle popülasyon yoğunluğu yaklaşık olarak hesaplanmaktadır.

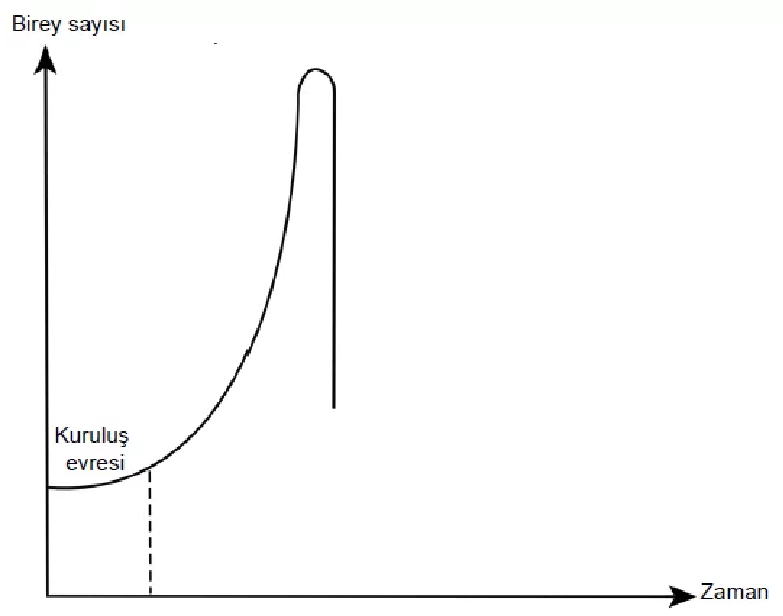
Popülasyon (Yığın) Yoğunluğu -3

- Doğum ve ölüm olayları, içeriye veya dışarıya gerçekleşen göçler, popülasyonların yoğunluğunu etkiler. Bu veriler birlikte değerlendirildiğinde popülasyonun büyüklüğü belirlenir.
- Doğum sayısı ve içe göçün birlikte oluşturduğu B verisi, popülasyonun büyüklüğü ile doğru orantılı; ölüm sayısı ve dışa göçün birlikte oluşturduğu C verisi popülasyonun büyüklüğüyle ters orantılıdır. Her iki verinin yaklaşık aynı değerde olması popülasyonun dengede olduğunu gösterir. Popülasyon, zaman içinde anlamlı biyolojik değişimlere uğrayabilir. Ortama yabancı türlerin girmesi, habitatların yanlış kullanımı, çeşitli nedenlerle habitatların tahribatı, besin zincirlerinde meydana gelen bozulmalar popülasyonlar için tehlike oluşturmaktadır. Belirli çevresel koşullarda ve zaman dilimi içinde popülasyonların birey sayılarında görülen değişim büyüme eğrileri ile ifade edilir. Bir adaya bırakılan sincap popülasyonu incelendiğinde sincaplar önce adaya yerleşir, doğum vardır ancak azdır (kuruluş evresi). Sincaplar ortama uyum sağladıklarında doğum sayısı ve buna bağlı olarak birey sayısı da artar. Artan birey sayısı alanın daralmasına, besinin azalmasına ve rekabete yol açar. Doğum sayısı artışı vardır ancak ölüm sayısı da artmaya başlar. Doğum ve ölüm oranlarının birbirine yaklaşmasıyla popülasyon denge hâline ulaşır. Popülasyonların bu şekilde büyümesi grafik üzerinde S tipi büyüme eğrisi olarak gösterilir.



Popülasyon (Yığın) Yoğunluğu -4

- Adaya bırakılan tür, bir çeşit çekirge olsaydı adaya uyum sağlama (kuruluş evresi) gerçekleştikten sonra çok hızlı bir şekilde büyüme gerçekleşirdi. Böyle ideal ortamlardaki popülasyonların büyüme hızında geometrik bir artış (2, 4, 8, 16, …) gözlemlenir. Ancak artan besin kıtlığı, rekabet gibi sebeplerle ölümlerde de hızlı bir artış gözlenir. Popülasyonların bu şekilde büyümesi, grafik üzerinde J tipi büyüme eğrisi olarak gösterilir.



Olasılık

- Olasılık, bir olayın gerçekleşebilme oranının belirlenmesidir.
- Olasılıkta her olay, 0 ile 1 arasında değeri ile gerçekleşme ihtimali bulunan bir fonksiyondur.
- Bir olayın gerçekleşme olasılığının rakamsal değeri P; olay a; toplam olaylar sayısı n ise P = a/n dır.
- Aynı uzayda tüm olayların olma olasılıkları toplamı 1 dir.
- Bir olayın olma olasılığı $0 \leq p(A) \leq 1$ dır.
- Toplama kuralında birbirlerini engellemeyen olaylar, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- Toplama kuralında birbirlerini engelleyen ayrık olaylar, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Çarpma kuralında bağımsız olay, $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

Koşullu Olasılık

A ve B aynı örneklem uzayında tanımlanmış iki olay ve P(A)>0 olmak üzere A olayının gerçekleştiği varsayımı altında A'daki B olayının koşullu olasılığı (A kümesindeki B olayının olma olasılığı),

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

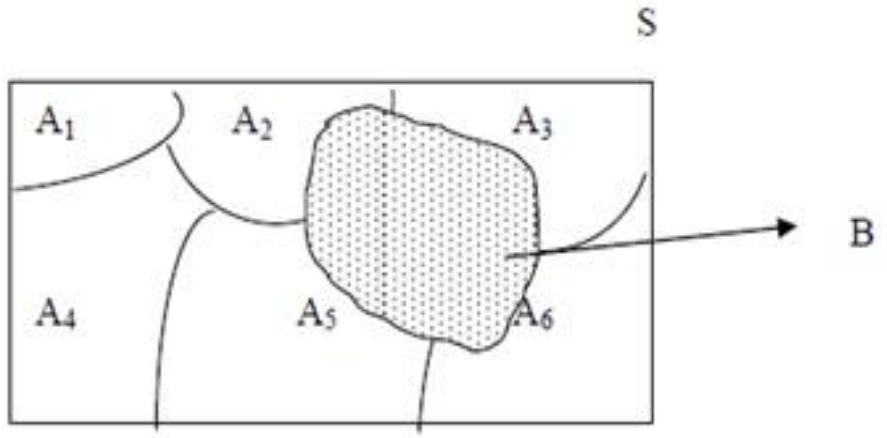
biçiminde tanımlanır. Bu tanımdan yararlanarak A ve B olaylarının birlikte gerçekleme olasılığını koşullu olasılık yardımı ile

$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$ biçiminde bulunur.

Aynı şekilde, $P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$ yazılır.

Toplam Olasılık

Bir B olayının olasılığı doğrudan hesaplanamadığı zaman toplam olasılık kuralından yararlanılır. Örneğin bir fabrikadaki 6 makine tarafından üretilen ürünlerden rasgele bir tanesi alındığında bu ürünün bozuk olma olasılığı araştırılsın. Burada B olayı, çekilen ürünün bozuk olması ise bu ürün A1, A2, ..., A6 makinlerinin birisinde üretilmiş olabilir.



Bir B olayı için,

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|Ai)P(Ai) = \sum_{i=1}^{n} P(Ai \cap B)$$

Bayes Kuramı

Thomas Bayes tarafından geliştirilen, koşullu olasılıkların hesaplanmasında kullanılan bir teoremdir. Bir olayın ortaya çıkmasında birden fazla bağımsız nedenin etkili olması durumunda, bu nedenlerden herhangi birinin hangi bağımsız nedenin meydana getirme olasılığını hesaplamada kolaylık sağlar.

$P(A_i)>0$ ve her $i \neq j$ için $A_i \cap A_j = 0$ olsun. S örneklem uzayında tanımlanmış herhangi bir B olayı için $P(B)>0$ olmak kaydıyla, B olayının gerçekleştiği varsayımı altında A olayının koşullu olasılığı ya da B kümesinde A olayının olma olasılığı,

$$P\left(A_j|B\right) = \frac{P\left(B|A_j\right)P(A_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)P(A_i)} = \frac{P(A_j \cap B)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i \cap B)} = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)}, \qquad 1 \leq j \leq n \ olur.$$

Rassal Dağılım

- Bir olasılık dağılımı, bir rassal olayın ortaya çıkabilmesi için değerleri ve olasılıkları tanımlar.
- Değerler, olay için mümkün olan tüm sonuçları kapsamalıdır ve sonuçların olasılıklarının toplamı bire eşit olmalıdır.
- Örneğin, bir rassal olay olarak madeni paranın tek bir defa havaya atılıp yere düşmesi ele alınsın; değerler 'yazı' veya 'tura' veya bunlar isimsel değişken ölçeğinde ifade edilirse 0 (yazı) veya 1 (tura) olur; olasılıklar ise her iki değer için ½ olacaktır. Böylece madeni bir paranın tek bir defa atılma olayı için iki değer ve ilişkili iki olasılık bu rassal olayın olasılık dağılımı olur. Bu dağılım ayrık olasılık dağılımıdır; çünkü sayılabilir şekilde ayrı ayrı sonuçlar ve bunlara bağlı olan pozitif olasılıklar vardır.

Rassal Değişkenler

- Herhangi bir özellik bakımından birimlerin almış oldukları farklı değerlere değişken denir.
- Rastgele değişken ise tanım aralığında hangi değeri alacağı önceden bilinmeyen fakat bu değerleri alma olasılıkları hesaplanabilen değişkenlerdir.

Örneğin bir tavla zarı atıldığında mümkün sonuç durumları 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 olduğu bilinmektedir. Ancak zar atıldığında bu durumlardan hangisinin geleceğini önceden bilinmemesine rağmen bu değerlerin ortaya çıkma olasılıkları 1/6 olarak hesaplanabilmektedir. O halde bir tavla zarı atıldığında ortaya çıkan sayılar bir rastgele değişkendir.

- Değişkenler kesikli ve sürekli olarak ikiye ayrılmaktadır. Tanım aralığındaki her değeri alamayan yani sınırlı sayıda değerler alabilen değişkenlere kesikli, tanım aralığındaki her değeri alabilen diğer bir ifadeyle sınırsız sayıda değerler alabilen değişkenlere ise sürekli değişken denir.

Olasılık Fonksiyonu

- Bir rastgele değişkenin alabileceği değerler ile bu değerleri alma olasılıkları arasındaki bağıntıyı gösteren fonksiyona olasılık fonksiyonu denir.
- Kesikli değişkenler için olasılık fonksiyonu değişkenin almış olduğu değerler ile bu değerleri alma olasılıklarını gösteren tablodur. Sürekli değişkenler için olasılık fonksiyonuna olasılık yoğunluk fonksiyonu ya da sıklık fonksiyonu gibi isimler verilir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu X rastgele değişkeninin tanım aralığı ve bu aralık için olasılık fonksiyonunun yazılması şeklinde ifade edilir.
- Kesikli değişkenler için olasılık fonksiyonu rastgele değişkenin almış olduğu değerler ile bu değerlere karşılık gelen olasılıkların gösterildiği tablodur. Dolayısıyla X kesikli rastgele değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P(X_i) = p_i \quad i = 1, 2, 3 \cdots, n \quad ya\ da \quad i = 1, 2, 3, \cdots$$

Olasılık Fonksiyonu

Kesikli değişkenler için olasılık fonksiyonu bir tablo şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

X_i	$P(X_i)$
1	P_1
2	P_2
3	P_3
.	.
.	.
.	.
n	P_n

Kesikli değişkenler için olasılık fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlaması gerekir:

$$\text{Her } X_i \text{ için } 0 \leq P(X_i) \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} P(X_i) = 1$$

Bernoulli Dağılımı

- Birçok deneyde iki farklı sonuç ortaya çıkmaktadır. İki sonucu olan olayların olasılığının hesaplanmasında kullanılır.
- Bir sınav sonucu başarılı ve başarısız olmak üzere iki durumda tanımlanabilir ya da kalite kontrolu için alınan bir ürün sağlam veya kusurlu olarak iki şekilde ortaya çıkabilir.
- İki sonucu olan deneyler bir defa denenirse "Bernoulli Dağılımı" olarak adlandırılır.
- Bernoulli süreci, her deneyde birbirini engelleyen iki sonuçtan birinin gerçekleştiği bir süreçtir. Madeni para atışı deneyinde her deneyde yazı(Y) ve tura(T) mümkün sonuçlarından sadece biri gerçekleşir ve her atışta P(Y) ile P(T) olasılıkları deneyler birbirinden bağımsız olduğu için aynıdır (1 / 2).
- Bernoulli deneylerinde ortaya çıkan iki sonuçtan biri başarı diğeri ise başarısızlık olarak adlandırılır. p başarı olasılığını, q'da başarısızlık olasılığını göstermektedir, 1- p = q.

Bernoulli Dağılımı

- $P(X=1)=p$,
- $P(X=0)=1-p=q$
- **$P(X=x)=p^x(1-p)^{1-x}$** ; $x=0,1$ ise bu dağılıma Bernoulli olasılık dağılımı denir.
-
- **Bernoulli Dağılımının Aritmetik Ortalaması ve Varyansı:**
- Bernoulli rassal değişkeninin aritmetik ortalaması: $\mu_x = E(x) = p$
- Bernoulli rassal değişkeninin varyansı: $\sigma_x^2 = E[(X - \mu_x)^2] = p(1 - p) = pq$
- Bir olayın olma olasılığı p olmak üzere, olmama olasılığı $1 - p$ olur. Bir olayın olma olasılığının olmama olasılığına oranına karşıtlığı denir. $Karşıtlık = \frac{p}{q} = \frac{p}{1-p}$

Örnek: Bernoulli Dağılımı

- Bir qubitin 1 olma olasılığı %70 ise olasılık dağılımın fonksiyonunu yazınız? Ortalamasını ve varyansını bulunuz?
- Qubit 1 olursa, X rassal değişkeni x = 1 ve diğer durumda x = 0 değerini alırsa, X rassal değişkeninin olasılık dağılımı şöyle yazılabilir:
- P (x=1) = 0.7 ve P (x=0) = 0.3 (Tüm olasıklar toplamı 1'e eşittir.)

Olasılık dağılım fonksiyonu: $P (X = x) = p^x (1 – p)^{1-x} = 0.7^x (1 – 0.7)^{1-x} = 0.7^x * 0.3^{1-x}$ olarak bulunur.

x'in alacağı 1 ve 0 değerlerine göre olasılık dağılımı aşağıdaki gibi bulunur.

- $P (x = 1) = p^1 (1 – p)^{1-1} = 0.7^1 (1 – 0.7)^0 = 0.7^1 * 0.3^0 = 0.7$
- $P (x = 0) = p^0 (1 – p)^{1-0} = 0.7^0 (1 – 0.7)^1 = 0.7^0 * 0.3^1 = 0.3$

- Aritmetik ortalaması: $\mu_x = E (X) = p = 0.7$
- Varyansı: $\sigma_x^2 = E [(X - \mu_x)^2] = p (1 – p) = 0.7*0.3 = 0.21$ olarak bulunur.

Binom Dağılımı

- İki sonuçlu rassal deneme aynı koşullar altında n kere tekrarlanırsa “Binom Dağılımı” adı verilen dağılım elde edilir. Bernoulli dağılımının özel bir şeklidir.
- Binom dağılım, Kesikli dağılımların en yaygın kullanılanıdır. Atılan bir paranın yazı veya tura gelmesi, Montajdaki parçanın toleransa uygunluğu ve uygunsuzluğu, öğrencinin bir dersten başarılı veya başarısız olması gibi iki sonuçlu olayların olasılığının hesaplanmasında kullanılır.

Binom dağılımının sağlaması gereken şartlar:

- Deneme belirli sayıda (n) tekrarlanır.
- Her deneyin başarılı ve başarısız olmak üzere iki sonucu vardır.
- Deneyler birbirinden bağımsızdır.
- Başarı olasılığı, p ve başarısızlık olasılığı, q=1-p dir.
- n deneyde elde edilen başarılı sonuçlar x değişkenine atanır.

Binom Dağılımı

- Diziliş sırası önemli değilse n rassal denemede x tane başarı içeren dizilişlerin sayısı, $C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ (n rassal denemenin x taneli kombinasyonu) olarak bulunur.
- n tane rassal denemenin x tanesinin başarılı olma Binom olasılık fonksiyonu:
- **P(X; n,p) =** $\boldsymbol{\frac{n!}{x!(n-x)!}}$ **p^x $(1-p)^{n-x}$**
- **P(X; n,p) =** $\boldsymbol{C_n^x}$ **p^x $(1-p)^{n-x}$**
- şeklinde yazılır ve bu formül yardımıyla hesaplanır. x = 0, 1, 2, 3, ...n
- n: deneyin tekrarlanma sayısı
- X: İstenen sonuç sayısı
- p: İstenen başarılı sonucun olasılığı
- q: Başarısızlık olasılığı

Binom Dağılımının Aritmetik Ortalaması, Varyansı ve Momentleri

- Aritmetik ortalaması: μ_x = E (X) = np
- Varyansı: σ^2= E [(X - μ_x)^2] =npq= np(1 – p)
- Momentleri:
- $\mu_1 = 0$
- $\mu_2 = \sigma_x^2$
- μ_3 = n.p.(1-p)[(1-p) – p]
- μ_4 = n.p.(1-p)[(1-6 p(1-p)+3n.p(1-p)]
- Asimetri (Çarpıklık) ve Basıklık Katsayıları: ÇK = $\frac{(1-p)-p}{\sqrt{np(1-p)}}$ ve BK = 3 + $\frac{1-6p\,(1-p)}{np(1-p)}$

Örnek: Binom Dağılımı

- Bir para 10 defa atılsın. 4 defa yazı gelme olasılığını hesaplayınız
- Binom dağılımın uygun olduğu rastgele olaylarda başarılı ve başarısız olarak iki durumun olduğu olaylarla ilgilenildiğinden:
- başarılı: yazı gelmesi (p=0.5)
- başarısız: yazı gelmemesi (q=0.5)
- olarak tanımlama yapılabilir. n=10; X=4 olduğundan istenilen olasılık:
-
- $P(X; n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$
- $P(4;10,0.5)= \frac{10!}{4!(10-4)!} 0.5^4 (1-0.5)^6 = 0.205$

Örnek: Binom Dağılımı

- Bir zarın 20 kez atılması durumunda tam 12 kez altı gelme olasılığını hesaplayınız.
-
- başarılı: 6 gelmesi (p=1/6)
- başarısız: 6 gelmemesi (q=5/6) olarak tanımlama yapılabilir.
- n=20; X=12 olduğundan istenilen olasılık:
-
- P(X; n, p) = $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ $p^x (1-p)^{n-x}$
- P(12;20,1/6)= $\frac{20!}{12!(20-12)!}$ $(1/6)^{12} (5/6)^8$ = 0.0000135

Örnek: Binom Dağılımı

Bir madeni para 4 kere atılmaktadır. 0, 1, 2, 3 ve 4 tane yazı gelme olasılıklarını sırayla hesaplayınız.

- Bu bir Binom dağılımıdır ve olasılık fonksiyonudur. P(x; 4,0.5) = C_n^x p^x $(1-p)^{n-x}$ olarak yazılır.

- 0 tane yazı gelme olasılığı: P(0; 4,0.5) = $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ p^x $(1-p)^{n-x}$ = $\frac{4!}{0!(4-0)!}$ 0.5^0 0.5^4 = 0.0625
- 1 tane yazı gelme olasılığı: P(1; 4,0.5) = $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ p^x $(1-p)^{n-x}$ = $\frac{4!}{1!(4-1)!}$ 0.5^1 0.5^3 = 0.25
- 2 tane yazı gelme olasılığı: P(2; 4,0.5) = $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ p^x $(1-p)^{n-x}$ = $\frac{4!}{2!(4-2)!}$ 0.5^2 0.5^2 = 0.375
- 3 tane yazı gelme olasılığı: P(3; 4,0.5) = $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ p^x $(1-p)^{n-x}$ = $\frac{4!}{3!(4-3)!}$ 0.5^3 0.5^1 = 0.25
- 4 tane yazı gelme olasılığı: P(4; 4,0.5) = $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ p^x $(1-p)^{n-x}$ = $\frac{4!}{4!(4-4)!}$ 0.5^4 0.5^0 = 0.0625

Önceki Örneğin Devamı

Örneğimizdeki gibi p = (1-p) ise simetrik binom dağılımı, p ≠ (1-p) ise asimetrik binom dağılımı söz konusudur. Yukarıdaki örnekte aritmetik ortalamayı, varyansı, momentleri, çarpıklık ve basıklık katsayılarını hesaplayınız.

- Aritmetik ortalaması: μ_x = E (X) = n.p = 4*0.5 = 2
- Varyansı: σ_x^2 = E [(X - μ_x)^2] = 4*0.5*0.5 =1
- Momentleri:
- μ_1 = 0
- $\mu_2 = \sigma_x^2$ = 1
- μ_3 = n.p.(1-p)[(1-p) – p] = 4*0.5*0.5 [0.5 – 0.5] = 0
- μ_4 = n.p(1-p) [(1-6 p(1-p) + 3n.p(1-p)] =
- 4*0.5*0.5 [1- 6*0.5*0.5 + 3*4*0.5*0.5] = 2.5

Asimetri (Çarpıklık) ve Basıklık Katsayıları:

- ÇK = $\frac{(1-p)-p}{\sqrt{np(1-p)}}$ = $\frac{(1-0.5)-0.5}{\sqrt{4*0.5*0.5}} = \frac{0}{1}$ = 0
-
- BK = 3 + $\frac{1-6p\,(1-p)}{np(1-p)}$ = 3 + $\frac{1-6*0.5*0.5}{4*0.5*0.5}$ = 3 + $\frac{-0.5}{1} = 2.5$

- Çarpıklık katsayısı bu olasılık dağılımının simetrik olduğunu, basıklık katsayısı ise normale göre basık olduğunu işaret etmektedir.

Örnek: Binom Dağılımı

- Bir kutuda bulunan 12 bitin 3’ünün 0 olduğu bilinmektedir. Bu kutudan rasgele ve iadeli olarak 3 bit çekildiğinde;
- İkisinin 0 olma olasılığı nedir ?
- Bu deney sonunda beklenen ortalama 0 sayısı ve standart sapma nedir ?

- Üç tanesinin 0 olma olasılığı, p= 3 / 12 = 0.25
- Diğerlerini olma olsılığı, p = 1-q= 0.75

- $P(x=2) = (3! /(2!*1!))*(0.25)^2* (0.75)^1 = 0.1406$

- Tablodan çözüme gidilirse;
- P(2;3, 0.25) =0.9844 bu kümülatif olduğu için P(x=1) bu değerden çıkarılır.
- P(1;3, 0.25) =0.8438
- (0.9844 – 0.8438) = 0.1406

- ortalama 0 sayısı : E(x)= n*p = 3*(0.25) =0.75
- standart sapma : σ = 0.75

Örnek: Binom Dağılımı

Üretilen qubitlerden 1 olma olasılığı %80 dir. Üretilen 10 qubite ilişkin yoğunluk fonksiyonları hesaplanacaktır.

a) Problem hangi yoğunluk fonksiyonunu işaret etmektedir.

Binom dağılımının olasılık fonksiyonu,

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0,1,\dots,n$$

b) n, p ve q değerlerini belirleyiniz.

$$n = 10, p = 0.80$$

c) 6 qubitin 1 olma olasılığı nedir?

$$P(X = 6) = \binom{10}{6} (0.80)^6 (0.20)^{10-6} = \frac{10!}{6!(10-6)!} (0.80)^6 (0.20)^4 = 0.088$$

d) En az 9 qubitin 1 olma olasılığı nedir?

$$P(X \geq 9) = P(X = 9) + P(X = 10)$$

Usage Notes

- A lot of slides are adopted from the presentations and documents published on internet by experts who know the subject very well.
- I would like to thank who prepared slides and documents.
- Also, these slides are made publicly available on the web for anyone to use
- If you choose to use them, I ask that you alert me of any mistakes which were made and allow me the option of incorporating such changes (with an acknowledgment) in my set of slides.

Sincerely,

Dr. Cahit Karakuş

cahitkarakus@gmail.com